



Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e
da Madeira



CAPÍTULO V

Amostragem Casual Simples

Professor Gilson Fernandes da Silva

1 - Introdução

Conforme apresentado no capítulo anterior, os **métodos de inventário** podem ser **probabilísticos** ou **não probabilísticos**, com **igual probabilidade de seleção da amostra** ou com **probabilidade variável**. Entre os métodos com igual probabilidade de seleção da amostra, é importante citar:

- Amostragem Casual Simples (ACS); 
- Amostragem Casual Estratificada (ACE); 
- Amostragem em Múltiplos Estágios (AME); 
- Amostragem em Múltiplas Ocasões (AMO).

Muitas vezes as expressões “Métodos de Amostragem” e “Delineamentos de Amostragem” são empregadas como sinônimos gerando confusão na sua interpretação. Para efeito desta disciplina, fica acertado que:

Métodos de Amostragem: São aqueles que se preocupam com a forma de seleção e distribuição das parcelas sobre a área florestal.

Delineamentos de Amostragem: Definem os procedimentos de cálculo e análise dos dados e empregam conhecimentos da estatística paramétrica normal para tomar conclusões sobre uma população a partir da amostra selecionada pelos métodos de amostragem.

Assim, métodos e delineamentos de amostragem se complementam e têm grande relação entre si, fazendo parte de um processo maior chamado inventário florestal.

De maneira geral, os delineamentos de amostragem, no caso florestal, podem ser classificados em três categorias:

- Delineamentos **aleatórios**;
- Delineamentos **sistemáticos**;
- Delineamentos **mistos**.

As categorias de delineamentos ora apresentadas se diferenciam entre si pelos métodos de como a amostra é distribuída na população. Nos delineamentos aleatórios, obviamente a amostra é distribuída de forma aleatória, nos sistemáticos de forma sistemática e nos mistos ocorre uma combinação de distribuição aleatória e sistemática.

Um delineamento de amostragem, para atingir os objetivos de qualquer inventário florestal, é determinado:

- ✓ Pelo tipo de unidade de amostra;
- ✓ Pelo tamanho e forma da unidade de amostra escolhida (quando o inventário utiliza parcelas de área fixa);
- ✓ Pelo número de unidades de amostra a ser empregado;
- ✓ Pela forma de seleção e distribuição das parcelas sobre a área florestal (métodos de amostragem);
- ✓ Pelos procedimentos adotados de medição das árvores nas unidades selecionadas;
- ✓ Pela análise dos dados resultantes.

2 - Delineamento de Amostragem Casual Simples (ACS)

A amostragem casual ou aleatória simples é o delineamento fundamental de seleção a partir do qual derivaram todos os demais procedimentos de amostragem aleatórios, visando aumentar a precisão das estimativas e reduzir os custos do levantamento.

A amostragem casual simples requer que todas as combinações possíveis de (n) unidades amostrais da população tenham igual chance de participar da amostra. A seleção de cada parcela (u.a.) deve ser livre de qualquer tendência e totalmente independente da seleção das demais unidades da amostra.

- ✓ Neste delineamento, a área florestal a ser inventariada é tratada como uma população única.
- ✓ Se forem usadas unidades amostrais de área fixa, a área florestal é considerada como sendo composta daquelas unidades espaciais, as quais podem ser designadas por (N) .
- ✓ Neste caso, alocando-se previamente uma estrutura de (N) unidades na população, das quais (n) unidades serão amostradas, o número de combinações possíveis de (n) unidades da população é dado por:

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N - n)!}$$

Quando a unidade for constituída por ponto amostral, o número total de unidades da população (N) pode ser considerado *infinito*.

A amostragem casual simples em inventários florestais produz estimativas sem tendência da população e permite estimar o erro de amostragem, mas apresenta as seguintes desvantagens:

- ✓ A necessidade de planejar a listagem das unidades, para selecionar, aleatoriamente, as parcelas ou pontos amostrais;
- ✓ A dificuldade de localizar, no campo, a posição das unidades amostrais dispersas na população;
- ✓ O tempo improdutivo gasto no deslocamento entre as unidades da amostra;
- ✓ A possibilidade de uma distribuição irregular das unidades, resultando uma amostragem irregular da população.

2.1 - Métodos de seleção

Uma das formas de selecionar as unidades de amostra seria com o uso de programas de computador, como o Excel, por exemplo, que pela geração de números aleatórios permite realizar o sorteio de forma não tendenciosa. O uso de SIG's também pode ser muito útil na definição das N parcelas bem como no próprio sorteio.

As unidades de amostra podem ser selecionadas com ou sem reposição. A maioria dos inventários florestais são feitos sem reposição das unidades.

2.2 - Notação

Na amostragem casual simples, são definidos os seguintes símbolos para identificar as variáveis da população:

N = número total de unidades amostrais da população;

n = número de unidades amostradas;

X = variável de interesse.

2.3 - Parâmetros e estimadores

a) Média Aritmética

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad \dots \text{parâmetro}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \dots \text{estimador}$$

b) Variância

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N} \quad \dots \text{parâmetro}$$

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad \dots \text{estimador}$$

c) Desvio Padrão

$$\sigma_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}} \quad \dots \text{ parâmetro} \quad s_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \dots \text{ estimador}$$

d) Variância da Média

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \quad \dots \text{ parâmetro} \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \quad \dots \text{ estimador}$$

Em que $\left(\frac{N-n}{N} \right) =$ fator de correção para população finita.

Como $\left(\frac{n}{N} \right)$ é a fração de amostragem (f), o fator de correção pode ser expresso por $(1 - f)$. Desse modo a variância da média pode ser estimada por:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} (1 - f)$$

e) Erro Padrão da Média

$$\sigma_{\bar{x}} = \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{(1-f)} \dots \text{parâmetro} \quad s_{\bar{x}} = \pm \frac{s_x}{\sqrt{n}} \sqrt{(1-f)} \dots \text{estimador}$$

f) Erro de amostragem

- Erro absoluto

$$E_a = \pm t s_{\bar{x}}$$

- Erro relativo:

$$E_r = \pm \frac{t s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100$$

Obs.: $t(\alpha; n - 1 \text{ g.l.})$

g) Intervalo de Confiança para a Média

$$IC \left[\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + ts_{\bar{x}} \right] = P$$

h) Intervalo de Confiança por Hectare

$$IC \left[(\bar{x} - ts_{\bar{x}}) f_c \leq \mu \leq (\bar{x} + ts_{\bar{x}}) f_c \right] = P \quad \text{em que } f_c = \frac{A_h}{a_p}$$

i) Total da População

$$\hat{X} = N \bar{x}$$

j) Intervalo de Confiança para o Total

$$IC = \left[\hat{X} - Nts_{\bar{x}} \leq X \leq \hat{X} + Nts_{\bar{x}} \right] = P$$

k) Estimativa Mínima de Confiança

$$EMC \left[\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \right] = P$$

Para o valor de t unilateral (o dobro da prob. do erro na tabela bilateral)

2.4 - Intensidade de Amostragem

A intensidade de amostragem deriva da fórmula da variância da média, pelo isolamento de (n) , como segue:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} (1 - f)$$

em que

$s_{\bar{x}}^2$ = estimativa da variância da média – *precisão*;

s_x^2 = estimativa da variância – *variabilidade*;

n = número de unidades amostradas – *tamanho da amostra*;

$(1 - f)$ = fração de amostragem.

Como a intensidade de amostragem é determinada para um nível de probabilidade fixado, agrega-se o valor de (t) a variância da média, como se segue:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{t^2 s_x^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N} \right)$$

Em seguida, isola-se (n) por meio das seguintes operações:

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{t^2 s_x^2}{n} - \frac{t^2 s_x^2 n}{nN} \quad \longrightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{Nt^2 s_x^2 - t^2 s_x^2 n}{nN}$$

$$nNs_{\bar{x}}^2 = Nt^2 s_x^2 - t^2 s_x^2 n \quad \longrightarrow \quad nNs_{\bar{x}}^2 + t^2 s_x^2 n = Nt^2 s_x^2$$

$$n \left(Ns_{\bar{x}}^2 + t^2 s_x^2 \right) = Nt^2 s_x^2 \quad \longrightarrow \quad n = \frac{Nt^2 s_x^2}{Ns_{\bar{x}}^2 + t^2 s_x^2}$$

Considerando-se que o erro de amostragem tolerado no inventário é fixado sobre a variância da média por meio de (E), tem-se:

$$n = \frac{Nt^2 s_x^2}{NE^2 + t^2 s_x^2}$$

A intensidade de amostragem é determinada para as populações finitas ou infinitas. A diferenciação estatística de população finita e infinita é feita pelo valor do fator de correção ($1 - f$). Desse modo, se:

$(1 - f) \geq 0,95$ a população é considerada *infinita*;

$(1 - f) < 0,95$ a população é considerada *finita*.

Quando a **população for infinita**, o **fator de correção** pode ser **desprezado**, mas no caso de **população finita**, este deve ser **mantido na fórmula** e a intensidade de amostragem é considerada como função de uma população finita.

I.a) População Finita em Função da Variância

$$n = \frac{Nt^2 s_x^2}{NE^2 + t^2 s_x^2} = \frac{t^2 s_x^2}{E^2 + \frac{t^2 s_x^2}{N}} = \frac{1}{\frac{E^2}{t^2 s_x^2} + \frac{1}{N}}$$

I.b) População Finita em Função do Coeficiente de Variação

$$n = \frac{Nt^2 (CV\%)^2}{N(E\%)^2 + t^2 (CV\%)^2} \quad \text{ou} \quad n = \frac{t^2 (CV\%)^2}{(E\%)^2 + \frac{t^2 (CV\%)^2}{N}}$$

II.a) População Infinita em Função da Variância

$$n = \frac{t^2 s_x^2}{E^2}$$

II.b) População Infinita em Função do Coeficiente de Variação

$$n = \frac{t^2 (CV\%)^2}{(E\%)^2}$$

em que:

$$E = (LE)\bar{x}$$

LE = Limite do erro admitido, em percentagem dividido por 100.

$E\%$ = Erro expresso diretamente em percentagem.

Ajuste da Intensidade Amostral

Considerando que o cálculo da intensidade de amostragem parte de uma estimativa de variabilidade, cujo número de unidades que a originou pode ser arbitrado e o valor de (t) é tomado para esse número menos um $(n - 1)$ graus de liberdade, é necessário ajustar a intensidade de amostragem calculada.

O ajuste é feito a partir da primeira aproximação do cálculo da intensidade de amostragem (n_1), tomando-se novo valor de (t) para $(n_1 - 1)$ graus de liberdade para obter a segunda aproximação. Toma-se novo valor de (t) para $(n_2 - 1)$ graus de liberdade e calcula-se a terceira aproximação (n_3); repete-se o procedimento até o valor de (n) tornar-se constante.

Esse ajuste da intensidade de amostragem compensa, parcialmente, eventuais deficiências da amostra que gerou as estimativas da média e variância usadas no cálculo da intensidade de amostragem.

2.5 - Exemplo de Aplicação da ACS

Considere um bosque tropical úmido de 46,8 hectares que, para efeito didático, foi inventariado 100% e dividido em 156 parcelas (13 colunas x 12 fileiras) de 0,3 ha cada, com parcelas de 50 x 60 m. A população de volumes, em m³ por parcela, é representada pelos números constantes nas unidades de amostra (Figura 1).

Fonte: SOARES *et al.*, 2007



Considerando-se a população ilustrada na Figura 1, deseja-se **estimar o volume médio da população** admitindo-se um **erro, ou precisão requerida, de 20%, a 95% de probabilidade**. Tendo em vista a inexistência de informações prévias sobre a população, utilizou-se, então, uma **amostragem piloto** cujo tamanho arbitrado foi **$n = 10$ u.a.**, sorteadas aleatoriamente da população da Figura 1, cujos resultados se encontram no Quadro 1.



Exercício Individual

A partir dos dados apresentados, calcule o erro de amostragem, e, se necessário, faça os cálculos da intensidade amostral. Caso necessário, sorteie novas parcelas e calcule as estatísticas definitivas do inventário.

Obtenha os parâmetros da população e compare os resultados encontrados no inventário com os verdadeiros valores.

Solução:

I – Realização do inventário piloto (já feito)

II – Cálculo do erro de amostragem

a) Média

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{340}{10} \Rightarrow \bar{x} = 34,00 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

b) Variância

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} \Rightarrow s_x^2 = \frac{14512 - \frac{(340)^2}{10}}{10-1}$$

$$s_x^2 = 328,00 \text{ (m}^3/0,3\text{ha)}^2$$

c) Desvio Padrão

$$s_x = \pm \sqrt{328} \quad \Rightarrow \quad s_x = \pm 18,11 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

d) Variância da Média

$$f = \frac{n}{N} = \frac{10}{156} = 0,064$$

$$1 - f = 0,936 < 0,95 \rightarrow \text{população finita}$$

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} (1 - f) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{328}{10} (1 - 0,064)$$

$$s_{\bar{x}}^2 = 32,8(0,9360) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = 30,7008 \text{ (m}^3/0,3\text{ha)}^2$$

e) Erro Padrão da Média

$$s_{\bar{x}} = \pm \frac{s_x}{\sqrt{n}} \sqrt{(1-f)} \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}} = \pm \frac{18,11}{\sqrt{10}} \sqrt{(0,9360)}$$

$$s_{\bar{x}} = \pm 5,5408 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

f) Erro de Amostragem

- Erro de Amostragem Absoluto

$$E_a = \pm t s_{\bar{x}} \quad \Rightarrow \quad E_a = \pm 2,26.5,5408 = 12,52 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

- Erro de Amostragem Relativo

$$E_r = \pm \frac{t s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100 \quad \Rightarrow \quad E_r = \pm \frac{2,26.5,5408}{34,00} 100 = 36,83\%$$

III – Cálculo da intensidade amostral ótima:

Para o cálculo do número de unidades amostrais é necessário verificar se a **população é finita** ou **infinita**, por meio da fração de amostragem determinada pelo inventário piloto.

$$f = \frac{n}{N} = \frac{10}{156} = 0,064$$

$$1 - f = 0,936 < 0,95 \rightarrow \text{população finita}$$

Cálculo da intensidade amostral em função da variância:

$$n = \frac{Nt^2 s_x^2}{NE^2 + t^2 s_x^2}$$

$N = 156$
 $t_{(0,05; 9)} = 2,26$
 $s_x^2 = 328,00 \text{ (m}^3/0,3 \text{ ha)}^2$
 $E = (LE \bar{x}) = (0,2 \cdot 34,0) = 6,8 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha}$

A primeira aproximação de (n) resulta:

$$n_1 = \frac{156(2,26)^2 328,0}{156(6,8)^2 + (2,26)^2 328,0} = 29,40 \quad \Rightarrow \quad n_1 = 29,4 \cong 30$$

$$t_{(0,05; 29)} = 2,04 \quad \Rightarrow \quad n_2 = 24,8 \cong 25$$

$$t_{(0,05; 24)} = 2,06 \quad \Rightarrow \quad n_3 = 25,2 \cong 26$$

$$t_{(0,05; 25)} = 2,06 \quad \Rightarrow \quad n_4^* = 25,2 \cong 26$$

Cálculo da intensidade amostral em função do coeficiente de variação:

$$n = \frac{Nt^2 (CV\%)^2}{N(E\%)^2 + t^2 (CV\%)^2}$$

$N = 156$
 $t_{(0,05; 9)} = 2,26$
 $CV = 53,26\%$
 $E = 20\%$

A primeira aproximação de (n) resulta:

$$n_1 = \frac{156(2,26)^2 (53,26)^2}{156(20)^2 + (2,26)^2 (53,26)^2} = 29,40 \quad \Rightarrow \quad n_1 = 29,4 \cong 30$$

$$t_{(0,05; 29)} = 2,04 \quad \Rightarrow \quad n_2 = 24,8 \cong 25$$

$$t_{(0,05; 24)} = 2,06 \quad \Rightarrow \quad n_3 = 25,2 \cong 26$$

$$t_{(0,05; 25)} = 2,06 \quad \Rightarrow \quad n_4^* = 25,2 \cong 26$$

IV - Inventário definitivo

Parcelas Sorteadas (<i>n</i>)	Localização		Volumes	
	Fileira	Coluna	$X (m^3/0,3 ha)$	$X^2(m^3/0,3 ha)^2$
1	2	<i>b</i>	41,0	1681,0
2	3	<i>e</i>	33,0	1089,0
3	3	<i>h</i>	24,0	576,0
4	3	<i>l</i>	31,0	961,0
5	6	<i>f</i>	10,0	100,0
6	6	<i>h</i>	32,0	1024,0
7	8	<i>c</i>	62,0	3844,0
8	9	<i>f</i>	16,0	256,0
9	10	<i>j</i>	66,0	4356,0
10	11	<i>c</i>	25,0	625,0
11	6	<i>e</i>	44,0	1936,0
12	11	<i>a</i>	7,0	49,0
13	12	<i>c</i>	57,0	3249,0
14	8	<i>e</i>	22,0	484,0
15	8	<i>d</i>	31,0	961,0
16	4	<i>g</i>	40,0	1600,0
17	3	<i>g</i>	43,0	1849,0
18	11	<i>l</i>	27,0	729,0
19	4	<i>j</i>	17,0	289,0
20	6	<i>d</i>	50,0	2500,0
21	5	<i>i</i>	38,0	1444,0
22	12	<i>g</i>	20,0	400,0
23	11	<i>j</i>	35,0	1225,0
24	4	<i>i</i>	31,0	961,0
25	8	<i>m</i>	26,0	676,0
26	8	<i>a</i>	32,0	1024,0
Totais			860,0	33888,0
Média			33,08	

V – Análise estatística da amostragem definitiva

a) Média Aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{860}{26} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 33,08 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

b) Variância

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} \quad \Rightarrow \quad s_x^2 = \frac{33888 - \frac{(860)^2}{26}}{26-1}$$

$$s_x^2 = 217,67 (\text{m}^3/0,3\text{ha})^2$$

c) Desvio Padrão

$$s_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \Rightarrow \quad s_x = \pm \sqrt{217,67}$$

$$s_x = \pm 14,75 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

d) Variância da Média

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} (1 - f) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{217,67}{26} (1 - 0,1667)$$

$$s_{\bar{x}}^2 = 8,3719 (0,8333) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = 6,9766 (\text{m}^3/0,3\text{ha})^2$$

e) Erro Padrão da Média

$$s_{\bar{x}} = \pm \frac{s_x}{\sqrt{n}} \sqrt{(1-f)} \quad \longrightarrow \quad s_{\bar{x}} = \pm \frac{14,75}{\sqrt{26}} \sqrt{(0,8333)}$$

$$s_{\bar{x}} = \pm 2,6406 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

f) Erro de Amostragem

- Erro de Amostragem Absoluto

$$E_a = \pm t s_{\bar{x}} \quad \longrightarrow \quad E_a = \pm 2,06 \cdot 2,6406 = 5,4396 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$$

- Erro de Amostragem Relativo

$$E_r = \pm \frac{t s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100 \quad \longrightarrow \quad E_r = \pm \frac{2,06 \cdot 2,6406}{33,08} 100 = 16,44\%$$

g) Intervalo de Confiança para a Média

$$IC \left[\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + ts_{\bar{x}} \right] = P$$

$$IC[33,08 - 2,06 (2,6406) \leq \mu \leq 33,08 + 2,06 (2,6406)] = 95\%$$

$$IC[27,64 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha} \leq \mu \leq 38,52 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha}] = 95\%$$

h) Intervalo de Confiança por Hectare

$$IC \left[(\bar{x} - ts_{\bar{x}}) f_c \leq \mu \leq (\bar{x} + ts_{\bar{x}}) f_c \right] = P$$

$$IC[(33,08 - 2,06 \cdot 2,6406)(10000/3000) \leq \mu \leq (33,08 + 2,06 \cdot 2,6406)(10000/3000)] = 95\%$$

$$IC[92,13 \text{ m}^3/\text{ha} \leq \mu \leq 128,40 \text{ m}^3/\text{ha}] = 95\%$$

i) Total da População

$$\hat{X} = N \cdot \bar{x}$$

$$\hat{X} = 156 \cdot 33,08 = 5160,48 \text{ m}^3$$

j) Intervalo de Confiança para o Total

$$IC \left[\hat{X} - Nts_{\bar{x}} \leq X \leq \hat{X} + Nts_{\bar{x}} \right] = P$$

$$IC[5160,48 - 156 (2,06) 2,6406 \leq X \leq 5160,48 + 156 (2,06) 2,6406] = 95\%$$

$$IC[4.312 \text{ m}^3 \leq X \leq 6.009 \text{ m}^3] = 95\%$$

k) Estimativa Mínima de Confiança para a Média

$EMC = \bar{x} - ts_{\bar{x}}$, sendo o valor tabelado de t correspondente ao teste de hipótese unilateral. Desta forma, tem-se:

$$EMC[33,08 - 1,71 (2,6406) \leq \mu] = 95\%$$

$$EMC[28,56 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha} \leq \mu] = 95\%$$

1) Estimativa Mínima de Confiança por Hectare

$$EMC [(\bar{x} - ts_{\bar{x}})f_C \leq \mu] = P$$

$$EMC[(33,08 - 1,71 \cdot 2,6406)(10000/3000) \leq \mu] = 95\%$$

$$EMC[95,22 \text{ m}^3/\text{ha} \leq \mu] = 95\%$$

m) Estimativa Mínima de Confiança para o Total

$$EMC [\hat{X} - Nts_{\bar{x}} \leq X] = P$$

$$EMC[5160,48 - 156 (1,71) 2,6406 \leq X] = 95\%$$

$$EMC[4456,07 \text{ m}^3 \leq X] = 95\%$$

VI – Análise comparativa dos resultados

	Parâmetro	Estimativa
Volume médio por parcela	$\mu = 35,83 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$	$\bar{x} = 33,08 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$
Volume total	$V = 5589 \text{ m}^3$	$\hat{X} = 5160 \text{ m}^3$
Volume por hectare	$V/ha = 119,42 \text{ m}^3/\text{ha}$	$X/ha = 110,27 \text{ m}^3/\text{ha}$
Variância dos volumes	$\sigma^2 = 455,98 (\text{m}^3/0,3\text{ha})^2$	$s_x^2 = 217,67 (\text{m}^3/0,3\text{ha})^2$
Desvio padrão dos volumes	$\sigma = 21,35 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$	$s_x = \pm 14,75 \text{ m}^3/0,3\text{ha}$
Coefficiente de variação	$\sigma \% = 59,60\%$	$cv = 44,59\%$

- Medidas de Exatidão:

$$\bar{x} - \mu = 33,080 - 35,826 = -2,746 \text{ m}^3/0,3 \text{ parcela ou}$$

$$X/ha - V/ha = 110,27 - 119,42 = -9,16 \text{ m}^3/ha \text{ ou}$$

$$\hat{X} - X = 5160 - 5589 = -429 \text{ m}^3$$

- Erro Estimado a 95% de Probabilidade:

$$E_a = \pm 5,4396 \text{ m}^3/0,3ha \text{ ou } E_r = \pm 16,44\%$$

- Intervalos de Confiança:

$$IC[27,64 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha} \leq \mu \leq 38,52 \text{ m}^3/0,3 \text{ ha}] = 95\%$$

$$IC[92,13 \text{ m}^3/ha \leq \mu \leq 128,40 \text{ m}^3/ha] = 95\%$$

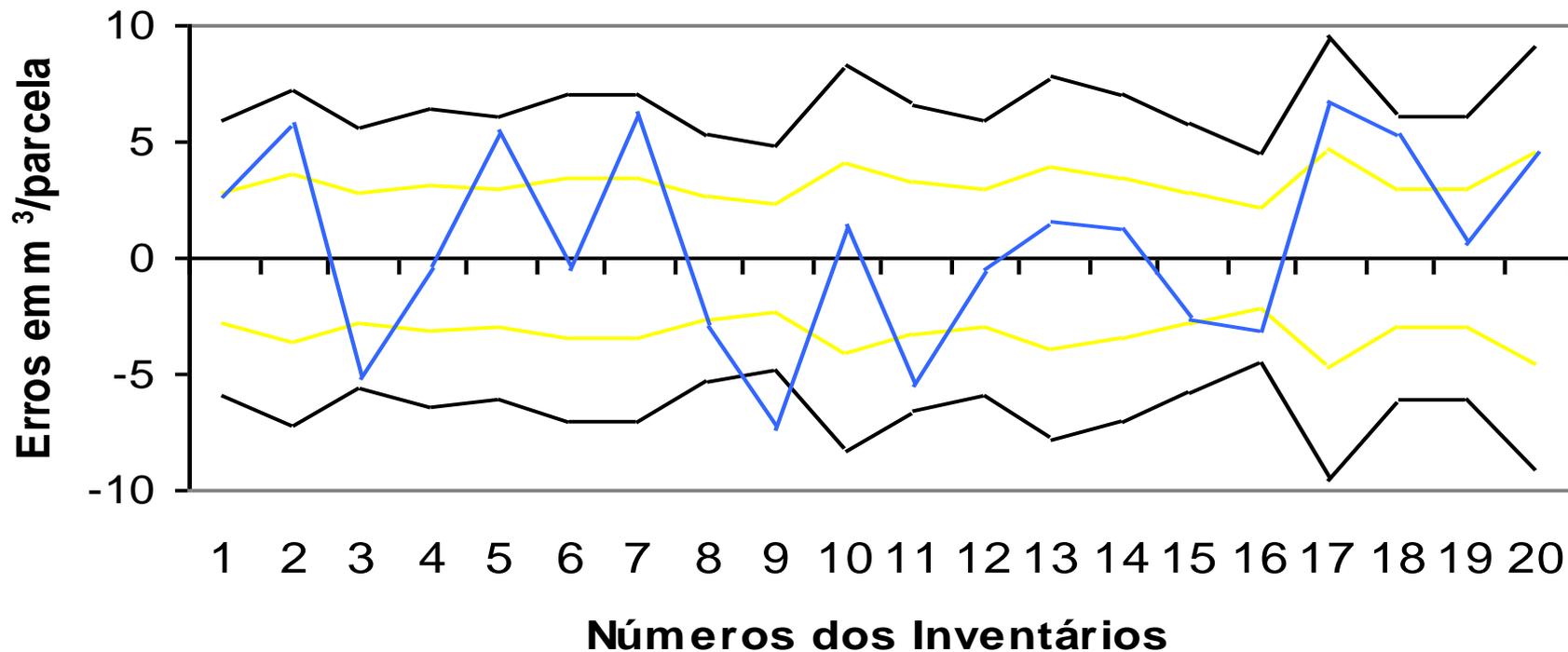
$$IC[4.312 \text{ m}^3 \leq X \leq 6.009 \text{ m}^3] = 95\%$$

$$EMC[4456,07 \text{ m}^3 \leq X] = 95\%$$

Resultados de 20 inventários independentes, com $n = 26$ unidades de amostra cada, tomadas aleatoriamente

Nº do inventário	Volume	Erro de	Erro padrão	Erro de	Erro de	Limites de Confiança	
	Médio(m ³ /ua)	estimação	da média	amostragem	Amostragem %	L_s	L_i
	\bar{x}	$\bar{x} - \mu$	$\pm s_{\bar{x}}$	$E = \pm ts_{\bar{x}}$	$\pm E\%$		
1	33,12	2,70	2,86	5,90	17,8	39,02	27,22
2	41,66	+5,84	3,56	7,26	17,4	48,92	34,40
3	30,66	-5,16	2,76	5,63	18,4	36,29	25,03
4	35,61	-0,31	3,17	6,47	18,2	41,98	29,04
5	41,27	+5,45	3,00	6,12	14,8	47,39	35,15
6	35,33	-0,49	3,48	7,10	20,1	42,43	28,23
7	42,06	+6,24	3,46	7,06	16,8	49,12	35,00
8	32,90	-2,92	2,64	5,39	16,4	38,29	27,51
9*	28,42	-7,40	2,34	4,77	16,8	33,19	23,65
10	37,18	+1,36	4,08	8,32	22,4	45,50	28,86
11	30,30	-5,52	3,22	6,57	21,7	36,87	23,73
12	35,30	-0,52	2,93	5,98	16,9	41,28	29,32
13	37,45	+1,63	3,86	7,87	21,0	45,32	29,58
14	37,00	+1,18	3,48	7,10	19,2	44,10	29,90
15	33,21	-2,61	2,82	5,75	17,3	38,96	27,46
16	32,75	-3,07	2,25	4,59	14,0	37,34	28,16
17	42,60	+6,78	4,70	9,59	22,5	52,19	33,01
18	41,21	+5,39	3,02	6,16	14,9	47,37	35,05
19	36,39	+0,57	2,96	6,04	16,6	42,43	30,35
20	40,54	+4,72	4,50	9,18	22,6	49,72	31,36
Totais	724,86			132,85	347,8		
Médias	36,24			$\pm 6,64$	$\pm 17,4$		

Representação gráfica dos erros padrões das médias, dos erros de amostragem e dos erros de estimação com 20 amostras de 26 unidades cada.



Outro Exemplo de Aplicação da ACS

Inventariar a **população** de *Pinus sp.* constituída de **450 parcelas de 0,1 ha**, ou seja, 45 hectares, mostrada na Figura 2, por meio da **Amostragem Casual Simples**, admitindo-se um erro de amostragem máximo de **10%** da média estimada, com **90%** de **probabilidade de confiança**.

Fonte: NETTO e BRENA (1996)



Solução:

I – Realização do inventário piloto

Considerando a **inexistência de informações prévias** sobre a população, **realizou-se um inventário piloto para obter as estimativas básicas necessárias ao cálculo da intensidade de amostragem**. Como o número de unidades do inventário piloto é arbitrado, foram **tomadas aleatoriamente na população, 20 unidades amostrais** como segue:

Unid.(n)	Local.	Volume (m ³ /0,1ha)	Unid.(n)	Local.	Volume (m ³ /0,1ha)
1	8-e	18,5	11	5-d	7,6
2	18-b	22,8	12	2-d	10,3
3	9-g	15,8	13	12-n	21,1
4	3-k	9,8	14	15-k	26,3
5	16-f	23,5	15	22-d	39,9
6	23-n	20,7	16	7-o	12,7
7	29-m	28,3	17	1-k	11,5
8	3-b	6,9	18	4-n	11,0
9	15-j	28,7	19	10-a	18,9
10	16-j	26,4	20	12-e	31,4

II – Cálculo do erro de amostragem

a) Média

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{392,10}{20} \Rightarrow \bar{x} = 19,61 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

b) Variância

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} \Rightarrow s_x^2 = \frac{9208,13 - \frac{(392,10)^2}{20}}{20-1}$$

$$s_x^2 = 80,05 \text{ (m}^3/0,1\text{ha)}^2$$

c) Desvio Padrão

$$s_x = \pm \sqrt{80,05} \quad \longrightarrow \quad s_x = \pm 8,95 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

d) Variância da Média

$$f = \frac{n}{N} = \frac{20}{450} = 0,044$$

$1 - f = 0,956 < 0,95 \rightarrow$ população infinita

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} \quad \longrightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{80,05}{20}$$

$$s_{\bar{x}}^2 = 4,0025 \text{ (m}^3/0,1\text{ha)}^2$$

e) Erro Padrão da Média

$$s_{\bar{x}} = \pm \frac{s_x}{\sqrt{n}} \quad \longrightarrow \quad s_{\bar{x}} = \pm \frac{8,95}{\sqrt{20}}$$

$$s_{\bar{x}} = \pm 2,0013 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

f) Erro de Amostragem

- Erro de Amostragem Absoluto

$$E_a = \pm t s_{\bar{x}} \quad \longrightarrow \quad E_a = \pm 1,73 \cdot 2,0013 = 3,46 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

- Erro de Amostragem Relativo

$$E_r = \pm \frac{t s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100 \quad \longrightarrow \quad E_r = \pm \frac{1,73 \cdot 2,0013}{19,61} 100 = 17,65\%$$

III - Cálculo da intensidade amostral ótima

Para o cálculo do número de unidades amostrais, é necessário verificar se a **população é finita** ou **infinita**, por meio da fração de amostragem determinada para o inventário piloto.

$$f = \frac{n}{N} = \frac{20}{450} = 0,0444$$

$1 - f = 0,9556 > 0,95 \rightarrow$ população infinita, ou seja, deve-se usar as expressões de cálculo adequadas.

III - Cálculo da intensidade amostral em função da variância

$$n = \frac{t^2 s_x^2}{E^2}$$
$$t_{(0,10; 19)} = 1,73$$
$$s_x^2 = 80,0531 \text{ (m}^3/0,1 \text{ ha)}^2$$
$$E = (LE \bar{x}) = (0,1 \cdot 19,6050) = 1,9605 \text{ m}^3/0,1 \text{ ha}$$

A primeira aproximação de (n) resulta:

$$n_1 = \frac{(1,73)^2 80,0531}{(1,9605)^2} = 62,34 \quad \Rightarrow \quad n_1 = 62,34 \cong 63$$

$$t_{(0,10; 62)} = 1,67 \quad \Rightarrow \quad n_2 = 58,09 \cong 59$$

$$t_{(0,10; 58)} = 1,67 \quad \Rightarrow \quad n_2^* = 58,09 \cong 59$$

IV - Inventário definitivo

Unid. (n)	Local.	Volume (m³/0,1ha)	Unid. (n)	Local.	Volume (m³/0,1ha)	Unid. (n)	Local.	Volume (m³/0,1ha)
1	8-e	18,5	21	1-c	9,6	41	10-c	13,2
2	18-b	22,8	22	3-g	9,8	42	29-i	25,7
3	9-g	15,8	23	3-i	7,1	43	24-f	27,0
4	3-k	9,8	24	18-j	25,9	44	13-h	20,4
5	16-f	23,5	25	24-c	25,7	45	5-e	13,6
6	23-n	20,7	26	14-j	24,2	46	20-a	32,4
7	29-m	28,3	27	7-d	19,0	47	28-l	31,3
8	3-b	6,9	28	17-n	25,9	48	22-f	34,6
9	15-j	28,7	29	30-b	37,7	49	5-g	9,5
10	16-j	26,4	30	11-g	23,3	50	15-e	18,7
11	5-d	7,6	31	17-d	24,6	51	19-e	28,9
12	2-d	10,3	32	21-c	32,3	52	9-a	21,6
13	12-n	21,1	33	25-n	23,4	53	6-f	8,3
14	15-k	26,3	34	8-c	17,1	54	17-l	23,2
15	22-d	39,9	35	5-i	8,9	55	26-i	26,6
16	7-o	12,7	36	19-f	32,7	56	14-b	25,6
17	1-k	11,5	37	4-h	8,1	57	5-h	8,0
18	4-n	11,0	38	20-j	29,2	58	12-f	22,1
19	10-a	18,9	39	23-d	24,7	59	19-h	21,9
20	12-e	31,4	40	17-o	25,6	-	-	-

V – Análise estatística da amostragem definitiva

a) Média Aritmética

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = \frac{1239,5}{59} \quad \Rightarrow \quad \bar{x} = 21,01 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

b) Variância

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}}{n-1} \quad \Rightarrow \quad s_x^2 = \frac{30315,53 - \frac{(1239,5)^2}{59}}{59-1}$$

$$s_x^2 = 73,72 \text{ (m}^3/0,1\text{ha)}^2$$

c) Desvio Padrão

$$s_x = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \Rightarrow \quad s_x = \pm \sqrt{73,72}$$

$$s_x = \pm 8,59 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

d) Variância da Média

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{s_x^2}{n} (1 - f) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = \frac{73,72}{59} (1 - 0,1311)$$

$$s_{\bar{x}}^2 = 1,2494(0,8689) \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}}^2 = 1,0856 \text{ (m}^3/0,1\text{ha)}^2$$

e) Erro Padrão da Média

$$s_{\bar{x}} = \pm \frac{s_x}{\sqrt{n}} \sqrt{(1-f)} \quad \Rightarrow \quad s_{\bar{x}} = \pm \frac{8,59}{\sqrt{59}} \sqrt{(0,8689)}$$

$$s_{\bar{x}} = \pm 1,0419 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

f) Erro de Amostragem

- Erro de Amostragem Absoluto

$$E_a = \pm t s_{\bar{x}} \quad \Rightarrow \quad E_a = \pm 1,67 \cdot 1,0419 = 1,7400 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$$

- Erro de Amostragem Relativo

$$E_r = \pm \frac{t s_{\bar{x}}}{\bar{x}} 100 \quad \Rightarrow \quad E_r = \pm \frac{1,67 \cdot 1,0419}{21,01} 100 = 8,28\%$$

g) Intervalo de Confiança para a Média

$$IC \left[\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + ts_{\bar{x}} \right] = P$$

$$IC[21,01 - 1,67 (1,0419) \leq \mu \leq 21,01 + 1,67 (1,0419)] = 90\%$$

$$IC[19,27 \text{ m}^3/0,1 \text{ ha} \leq \mu \leq 22,75 \text{ m}^3/0,1 \text{ ha}] = 90\%$$

h) Intervalo de Confiança por Hectare

$$IC \left[(\bar{x} - ts_{\bar{x}}) f_c \leq \mu \leq (\bar{x} + ts_{\bar{x}}) f_c \right] = P$$

$$IC[(21,01 - 1,67 \cdot 1,0419)(10000/1000) \leq \mu \leq (21,01 + 1,67 \cdot 1,0419)(10000/1000)] = 90\%$$

$$IC[192,70 \text{ m}^3/\text{ha} \leq \mu \leq 227,50 \text{ m}^3/\text{ha}] = 90\%$$

i) Total da População

$$\hat{X} = N \bar{x}$$

$$\hat{X} = 450(21,01) = 9454,50\text{m}^3$$

j) Intervalo de Confiança para o Total

$$\text{IC} [\hat{X} - Nts_{\bar{x}} \leq X \leq \hat{X} + Nts_{\bar{x}}] = P$$

$$\text{IC}[9454,50 - 450 (1,67) 1,0419 \leq X \leq 9454,50 + 450 (1,67) 1,0419] = 90\%$$

$$\text{IC}[8671,49 \text{ m}^3 \leq X \leq 10237,49 \text{ m}^3] = 90\%$$

k) Estimativa Mínima de Confiança para a Média

$EMC = \bar{x} - ts_{\bar{x}}$, sendo o valor tabelado de t correspondente ao teste de hipótese unilateral. Desta forma, tem-se:

$$\text{EMC}[21,01 - 1,30 (1,0419) \leq \mu] = 90\%$$

$$\text{EMC}[19,66 \text{ m}^3/0,1 \text{ ha} \leq \mu] = 90\%$$

1) Estimativa Mínima de Confiança por Hectare

$$EMC[(\bar{x} - ts_{\bar{x}})f_C \leq \mu] = P$$

$$EMC[(21,01 - 1,30 \cdot 1,0419)(10000/1000) \leq \mu] = 90\%$$

$$EMC[196,56 \text{ m}^3/\text{ha} \leq \mu] = 90\%$$

m) Estimativa Mínima de Confiança para o Total

$$EMC[\hat{X} - Nts_{\bar{x}} \leq X] = P$$

$$EMC[9454,50 - 450 (1,30) 1,0419 \leq X] = 90\%$$

$$EMC[8844,99 \text{ m}^3 \leq X] = 90\%$$

VI – Análise comparativa dos resultados

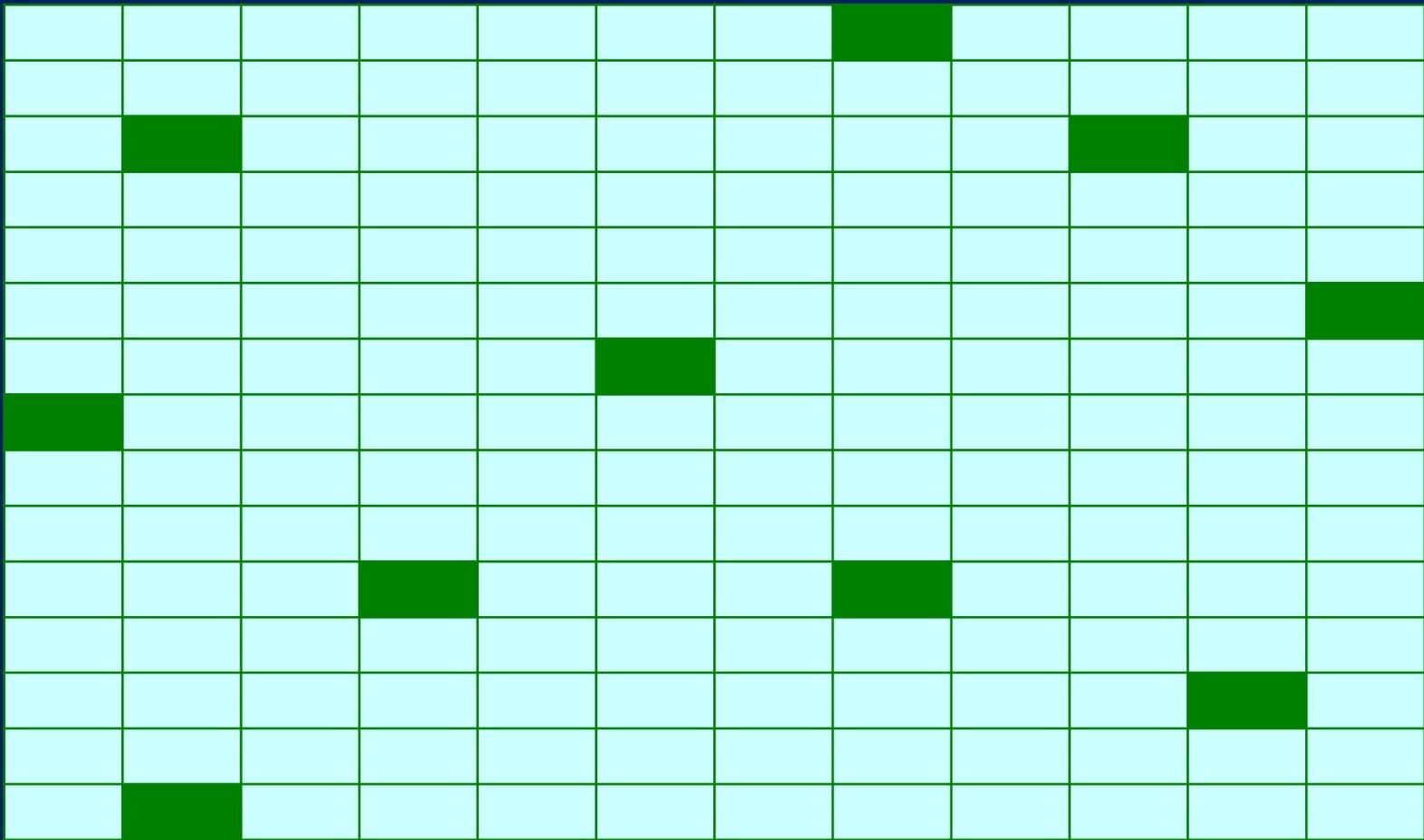
	Parâmetro	Estimativa
Volume médio por parcela	$\mu = 22,55 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$	$\bar{x} = 21,01 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$
Volume total	$V = 10148 \text{ m}^3$	$\hat{X} = 9455 \text{ m}^3$
Volume por hectare	$V/ha = 225,50 \text{ m}^3/ha$	$X/ha = 210,10 \text{ m}^3/ha$
Variância dos volumes	$\sigma^2 = 65,48 (\text{m}^3/0,1\text{ha})^2$	$s_x^2 = 73,72 (\text{m}^3/0,1\text{ha})^2$
Desvio padrão dos volumes	$\sigma = 8,09 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$	$s_x = \pm 8,59 \text{ m}^3/0,1\text{ha}$
Coefficiente de variação	$\sigma \% = 35,89\%$	$cv = 40,87\%$

FIM

Referências

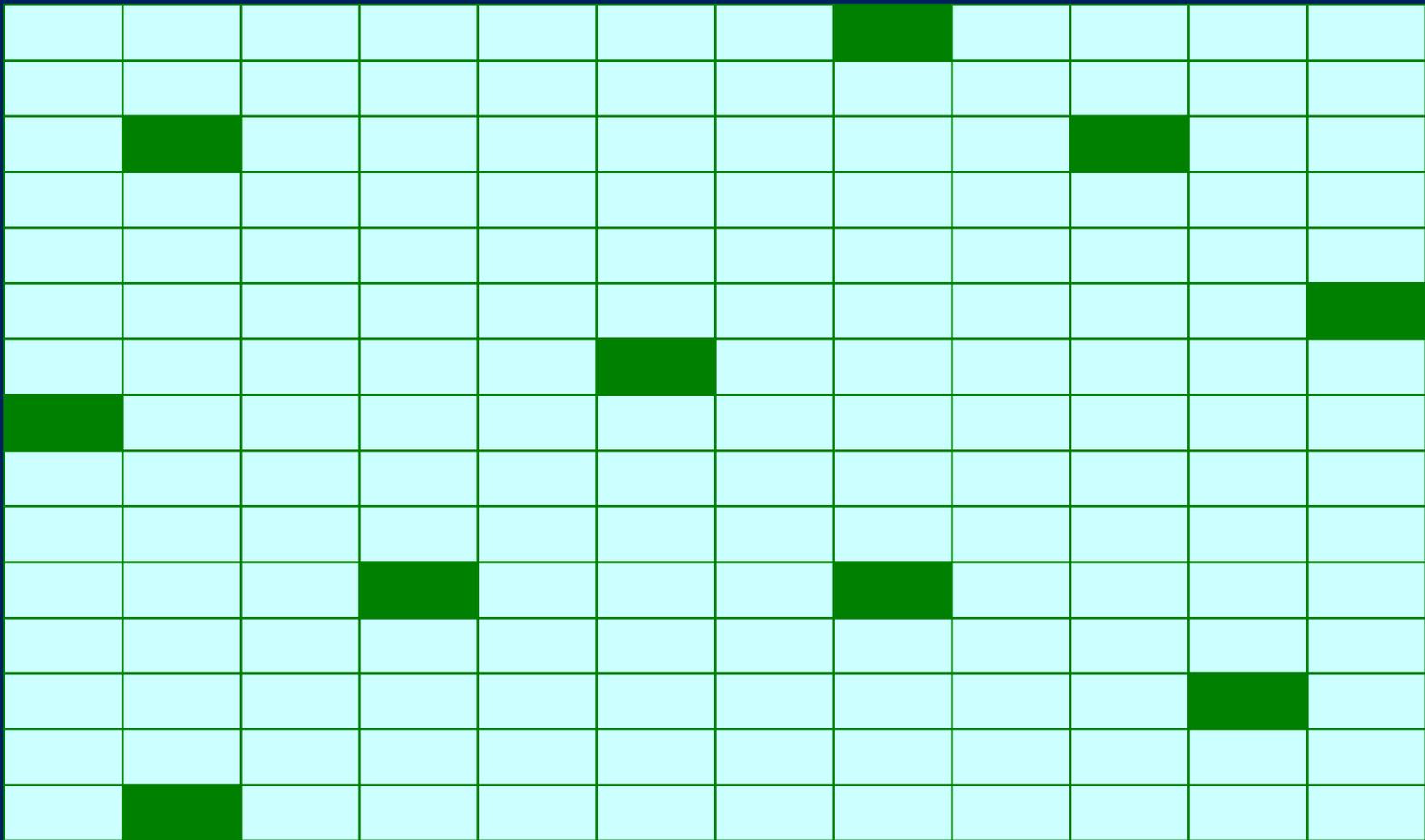
PELLICO NETO, S.; BRENA, D.A. **Inventário florestal**. Curitiba: Edição dos autores. 1997. 316p.

SOARES, C.P.B.; PAULA NETO, F.; SOUZA, A.L. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Viçosa: Editora UFV, Universidade Federal de Viçosa. 2007. 276p.



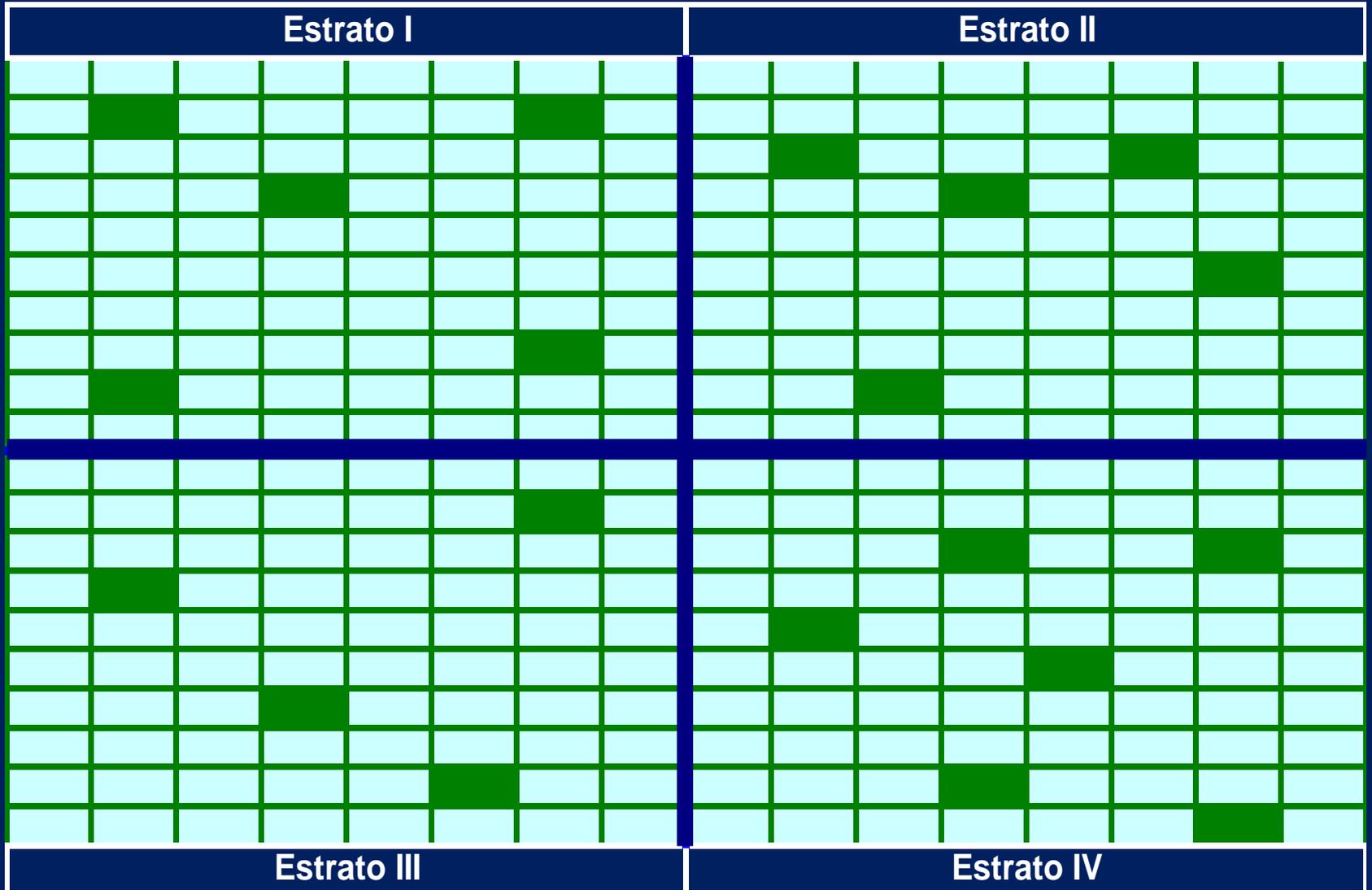
Esquema de amostragem casual simples.





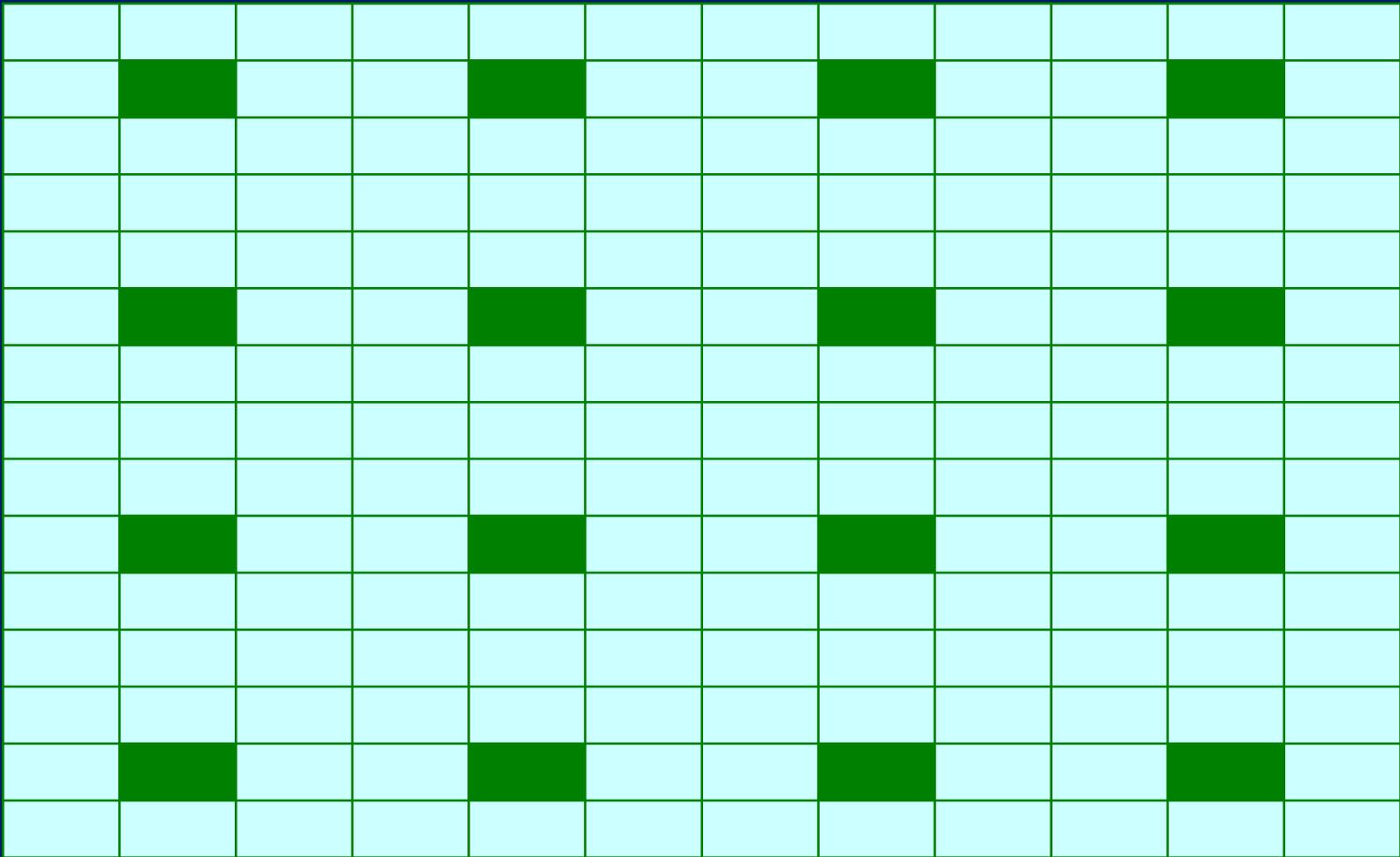
Esquema de amostragem casual simples.





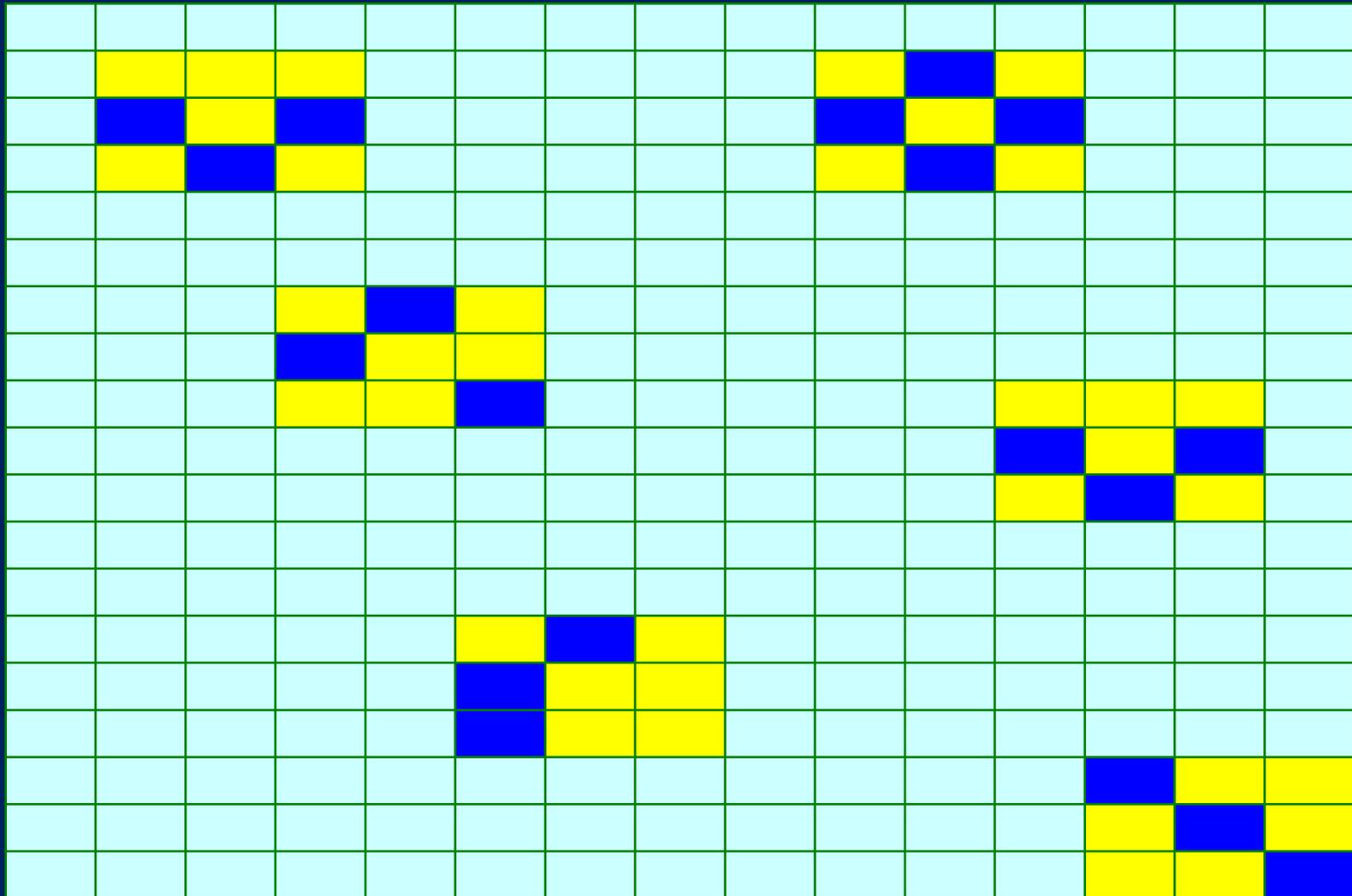
Esquema de Amostragem Casual Estratificada.





Esquema de Amostragem Sistemática.





Esquema de Amostragem em Dois Estágios.



		Colunas												
		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
Fileiras	1	34	28	27	59	72	25	52	18	35	23	21	22	14
	2	39	41	0	32	22	37	44	20	32	32	35	20	22
	3	27	63	46	40	33	56	43	24	47	6	31	25	45
	4	48	29	25	59	42	91	40	45	31	17	12	14	14
	5	30	60	26	60	65	19	31	21	38	23	44	13	3
	6	20	83	147	50	44	10	57	32	38	29	15	41	32
	7	71	27	52	79	36	22	86	49	92	37	35	51	17
	8	32	26	62	31	22	73	18	29	14	20	41	9	26
	9	35	88	49	35	70	16	41	19	28	15	29	43	10
	10	54	63	45	23	36	50	14	19	26	66	11	14	30
	11	7	15	25	47	47	75	60	38	30	35	18	27	27
	12	5	6	57	52	59	24	20	13	28	18	2	38	40



Figura 1 - Volume, em m³ por unidade de amostra de 0,3 ha, obtidos pelo inventário 100% de um bosque tropical úmido, dividido em 156 unidades de amostra. As u.a. hachuradas correspondem àquelas sorteadas para o inventário piloto.

Quadro 1 – Volume, em m³ por unidade de amostra de 0,3 ha, obtidos pelo inventário 100% de um bosque tropical úmido, dividido em 156 unidades de amostra. As u.a. hachuradas correspondem àquelas sorteadas para o inventário piloto

Parcelas Sorteadas (<i>n</i>)	Localização		Volumes	
	Fileira	Coluna	<i>X</i> (m ³ /0,3 ha)	<i>X</i> ² (m ³ /0,3 ha) ²
1	2	<i>b</i>	41,0	1681,0
2	3	<i>e</i>	33,0	1089,0
3	3	<i>h</i>	24,0	576,0
4	3	<i>k</i>	31,0	961,0
5	6	<i>f</i>	10,0	100,0
6	6	<i>h</i>	32,0	1024,0
7	8	<i>c</i>	62,0	3844,0
8	9	<i>f</i>	16,0	256,0
9	10	<i>j</i>	66,0	4356,0
10	11	<i>c</i>	25,0	625,0
Totais			340,0	14512,0
Média			34,0	



	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>n</i>	<i>o</i>	
1	80	92	96	94	90	85	73	63	83	101	115	156	87	109	111	A
2	99	69	102	103	91	123	83	128	68	98	86	88	95	97	74	
3	86	69	85	127	98	102	98	179	71	116	98	101	88	125	110	
4	81	89	122	110	80	99	184	81	85	114	191	132	122	110	156	
5	131	115	92	76	136	157	95	80	89	85	126	106	104	144	116	
6	162	100	118	90	116	83	163	95	107	125	145	162	87	225	255	B
7	166	164	191	190	165	155	186	188	156	108	116	177	229	149	127	
8	185	227	171	239	185	114	138	186	232	213	147	125	159	170	197	
9	216	101	148	151	149	159	158	184	142	180	159	126	162	199	156	
10	189	197	132	137	160	190	165	240	125	258	205	214	204	157	284	
11	236	269	172	237	243	213	233	205	244	230	229	238	240	310	284	C
12	273	176	217	194	314	221	201	193	239	184	162	173	216	211	254	
13	197	279	225	184	237	169	228	204	253	271	210	232	195	322	209	
14	246	256	249	180	231	229	188	199	200	242	221	274	307	272	191	
15	306	281	248	294	187	196	278	241	272	287	263	229	305	241	244	
16	267	223	284	213	239	235	203	246	307	264	236	199	227	219	176	D
17	204	256	273	246	279	259	192	221	294	282	291	232	199	259	256	
18	253	228	259	263	292	239	223	335	359	259	319	244	307	351	295	
19	280	256	292	386	289	327	283	219	232	349	326	262	229	253	331	
20	324	273	365	268	232	266	249	317	298	292	246	358	226	305	338	
21	301	268	323	276	289	347	231	278	205	284	213	243	214	339	296	E
22	402	241	360	399	278	346	247	279	253	366	248	335	283	249	229	
23	226	255	229	247	269	242	267	207	233	317	336	225	287	207	229	
24	305	255	257	210	265	270	337	307	318	228	314	321	224	297	238	
25	267	239	298	248	309	279	269	253	261	318	271	322	218	234	280	
26	318	306	327	320	255	258	242	228	266	292	309	263	262	379	322	F
27	318	329	248	287	267	273	339	345	272	283	348	221	307	262	280	
28	292	415	287	259	255	266	384	336	363	311	267	313	330	232	235	
29	255	314	335	331	273	339	351	325	257	301	286	285	283	278	342	
30	320	377	337	400	370	379	269	224	345	269	368	312	367	358	348	
	I					II					III					

Figura 2 - Volume, em m³ por unidade de amostra de 0,1 ha, obtidos pelo inventário 100% de um bosque Pinus sp (PELLICO NETTO e BRENA, 1993).

