Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO VII

Método de Bitterlich

Parte 1

Professor Gilson Fernandes da Silva

Objetivos da parte 1

- Apresentar um introdução ao método de Bitterlich.
- Demonstrar o fundamento teórico do método.

1 – Introdução

Em 1948, o pesquisador florestal austríaco Walter Bitterlich publicou um procedimento novo para estimar área basal de povoamentos. Este procedimento se tornou muito conhecido pela sua exatidão e facilidade de operação.

O método de Bitterlich foi originalmente proposto para se estimar a área basal, que é uma importante medida de densidade e tem alta correlação com o volume.

A área basal pode ser estimada por parcelas de área fixa (soma das áreas basais das árvores da parcela) ou parcelas denominadas de área variável, em que se enquadra o método de Bitterlich.

2 – Operacionalização do método

Para operacionalizar o método, o mensurador, de posse da barra de Bitterlich, deve visar todos os troncos à altura de 1,30 m num giro de 360º e contar todas as árvores cujo *D* aparenta ser maior ou igual à largura (d_m) da mira. As linhas de visada que tangenciam as extremidades da mira determinam um ângulo α.

Três grupos de árvores são encontrados:

a) árvore com D aparente maior que a abertura da mira (maior que α);

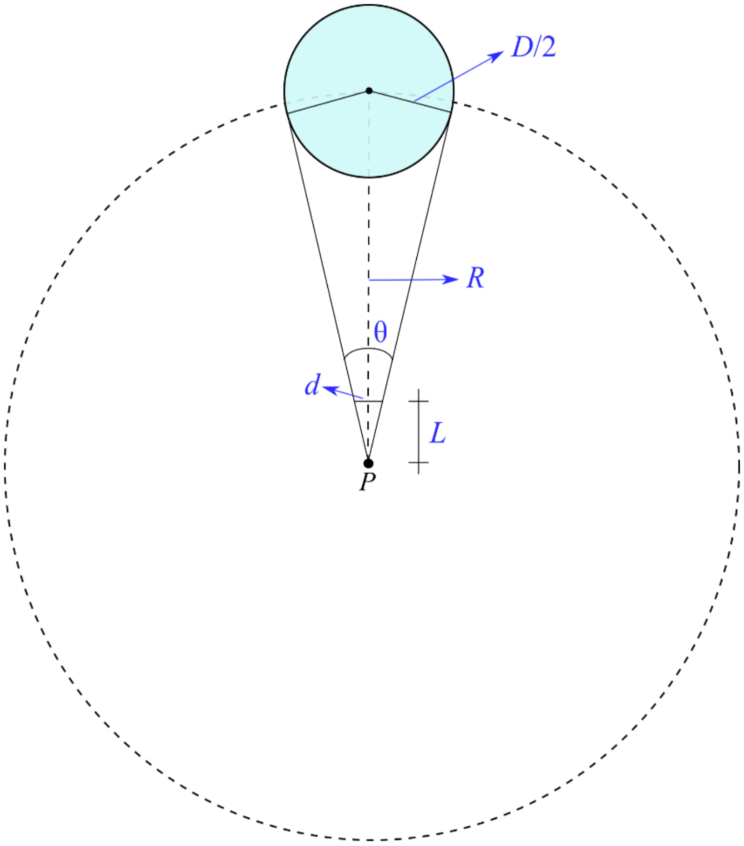
b) árvore com D aparente menor que a abertura da mira;

c) árvore com D aparente igual à abertura da mira.

"O número de árvores (n), cujos D's, vistos de um ponto fixo do povoamento, aparecem superiores a um dado valor constante (α), é proporcional à sua área basal (G) por hectare".

3 – Demonstração do fundamento teórico

Seja a seguinte situação em que apenas uma árvore ($n = 1$) foi qualificada com uma barra de Bitterlich, dando-se um giro de 360°:



Em que:

R = distância máxima entre o observador até o centro da árvore (distância crítica) para que a árvore seja qualificada, em m;

A = área da parcela imaginária definida por R, em m^2 - πR^2;

d_m = abertura da mira, em cm;

l = comprimento da barra de Bitterlich, em cm; e

a = área seccional, em m^2.

Pela Figura anterior, pode-se deduzir que:

$$\frac{d_m}{l} = \frac{D}{R} \qquad (1)$$

Tradicionalmente, a área basal por hectare em uma parcela de área fixa é obtida pela seguinte expressão:

$$G/ha = \sum_{i=1}^{n} a \frac{10000}{\acute{A}rea\ da\ parcela} \qquad (2)$$

Considerando que existe apenas uma árvore na parcela circular definida por *R*, a área basal por hectare será:

$$G/ha = \frac{\pi D^2}{4}\frac{10000}{\pi R^2} = 2500\frac{D^2}{R^2} = 2500\left(\frac{D}{R}\right)^2 \qquad (3)$$

Como apenas uma árvore foi qualificada (n = 1), a expressão (3) pode ser reescrita como:

$$G/ha = 1 \times 2500\left(\frac{d_m}{l}\right)^2 \Rightarrow \boxed{G/ha = nK} \quad (4)$$

Em que:

$$\boxed{K = 2500\left(\frac{d_m}{l}\right)^2} \quad (5)$$

Seja agora o exemplo em que ***N* árvores** com *D*’s D_1, D_2 , ... , D_n , sendo $D_1 \neq D_2 \neq \dots \neq D_n$, foram qualificadas em um ponto de amostragem com uma barra de Bitterlich.

Sejam, também, R_1, R_2, ..., R_n e A_1, A_2, ..., A_n , os raios e as áreas das parcelas referentes às ***n*** árvores qualificadas, respectivamente.

VEJA A FIGURA !!!

Considerando as ***n*** árvores qualificadas, a área basal por hectare pode ser obtida por:

$$G/ha = \sum_{i=1}^{n} a_i \frac{10000}{A_i} \quad \Rightarrow \quad G/ha = \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi D_i^{\,2}}{4} \frac{10000}{\pi R_i^{\,2}}$$

$$G/ha = \frac{\pi D_1^{\,2}}{4}\frac{10000}{\pi R_1^{\,2}} + \frac{\pi D_2^{\,2}}{4}\frac{10000}{\pi R_2^{\,2}} + \ldots + \frac{\pi D_n^{\,2}}{4}\frac{10000}{\pi R_n^{\,2}}$$

$$G/ha = 2500\left(\frac{D_1^{\,2}}{R_1^{\,2}}\right) + 2500\left(\frac{D_2^{\,2}}{R_2^{\,2}}\right) + \ldots + 2500\left(\frac{D_n^{\,2}}{R_n^{\,2}}\right)$$

$$G/ha = 2500\left(\frac{D_1}{R_1}\right)^2 + 2500\left(\frac{D_2}{R_2}\right)^2 + \ldots + 2500\left(\frac{D_n}{R_n}\right)^2$$

Como $\dfrac{d_m}{l} = \dfrac{D}{R}$ é uma relação válida para qualquer D, uma vez que todas as árvores foram qualificadas com a mesma barra de Bitterlich, tem-se que:

$$\frac{D_1}{R_1} = \frac{D_2}{R_2} = \cdots = \frac{D_n}{R_n} = \frac{d_l}{l}$$

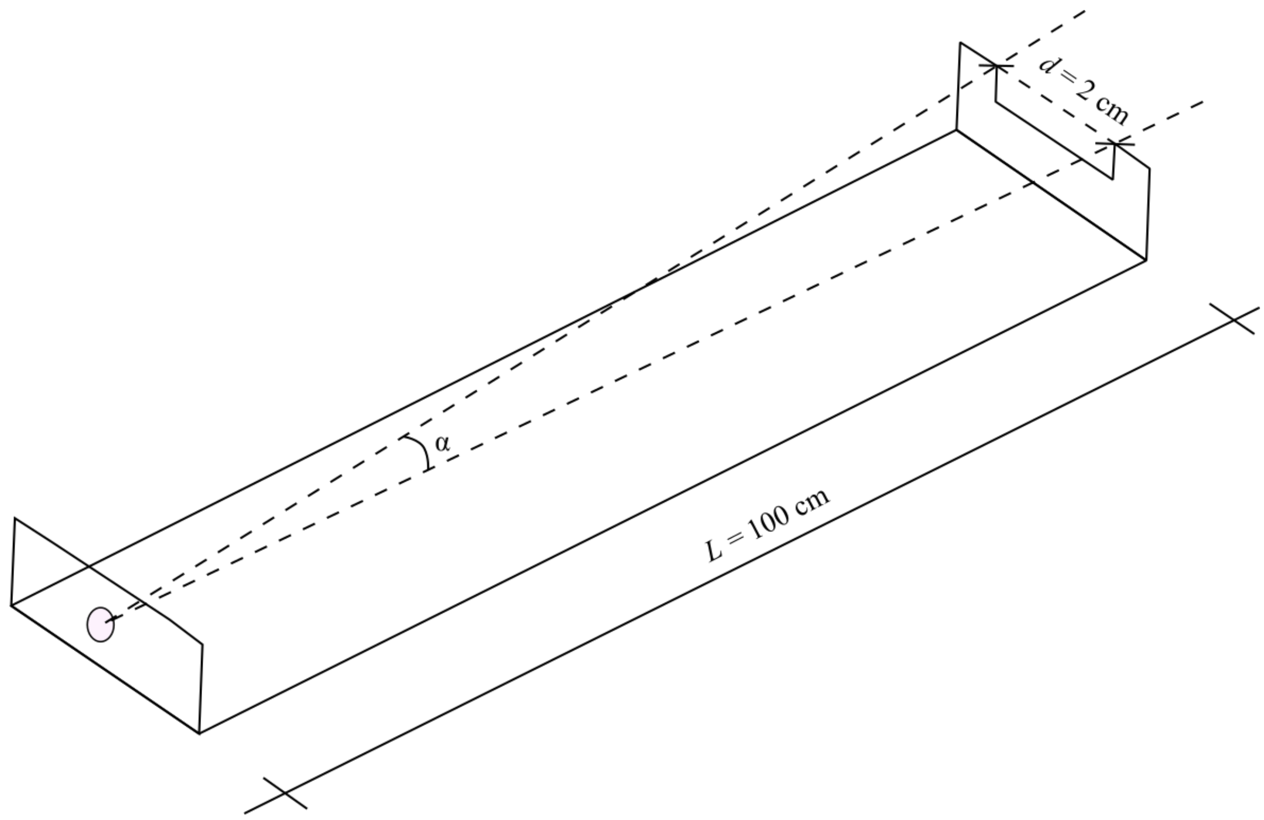
$$G/ha = 2500\left(\frac{d_l}{l}\right)^2 + 2500\left(\frac{d_l}{l}\right)^2 + \ldots + 2500\left(\frac{d_l}{l}\right)^2$$

$$G/ha = K + K + \ldots + K = nK$$

comprovando o princípio de Bitterlich.

FIM

Barra de Bitterlich



Operacionalização do método

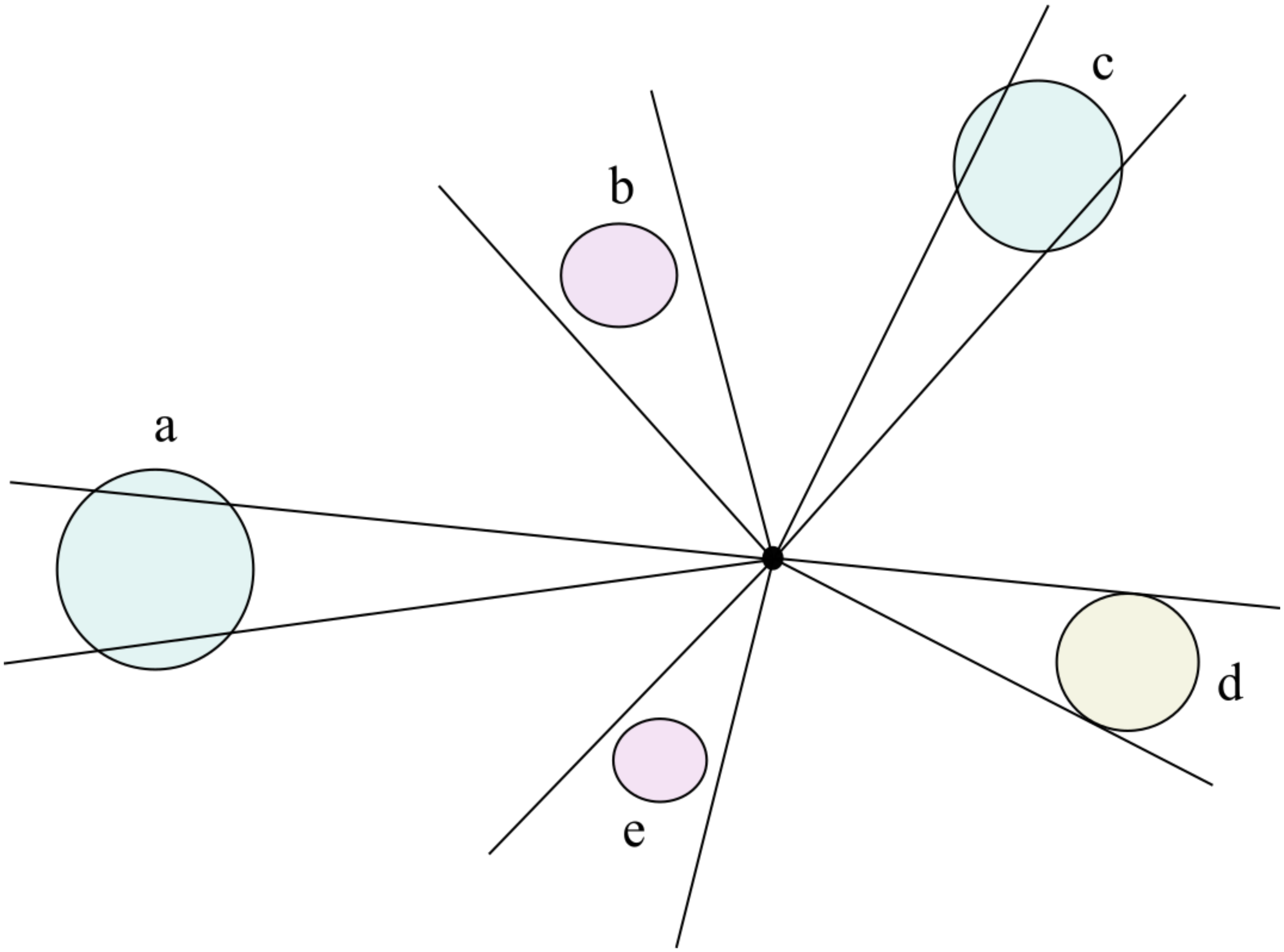
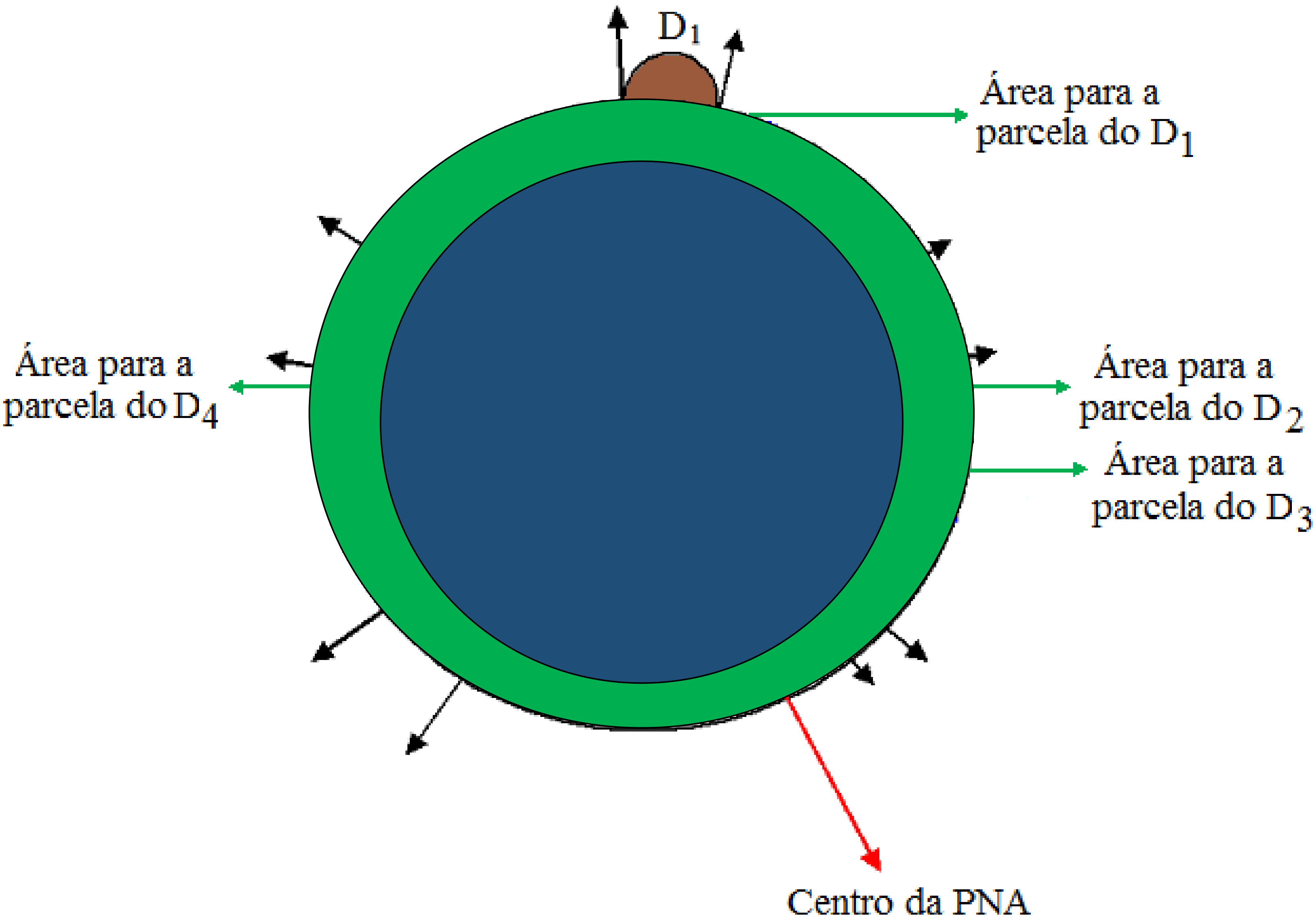


Ilustração do método de Bitterlich para n árvores



Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO VII

Método de Bitterlich

Parte 2

Professor Gilson Fernandes da Silva

Objetivos da parte 2

- Apresentar algumas considerações numéricas sobre o postulado de Bitterlich.

- Apresentar métodos para o cálculo do número de árvores e do volume pelo método de Bitterlich.

- Ilustrar o cálculo do diâmetro médio quadrático pelo método de Bitterlich.

4 – Considerações numéricas sobre o postulado de Bitterlich

Tomando como exemplo uma árvore de D igual a 20 cm, a que distância máxima dela o observador poderá situar-se, de modo a garantir sua inclusão na leitura?

Considerando a relação $d_m/l = D/R$ e que a barra de Bitterlich possui comprimento de 100 cm e abertura da mira de 2 cm tem-se:

$$2/100 = 20/R \;\therefore\; R = 2000/2 = 1000 \text{ cm} = 10 \text{ m}$$

Também, numericamente, a proporcionalidade entre a área basal da árvore e a área da parcela será:

$$g = (\pi D^2/4)/(\pi R^2) \Rightarrow g = (\pi\, 0{,}20^2/4)/(\pi 10^2)$$

$$g = 0{,}031416/314{,}16 \Rightarrow G = 0{,}0001 \text{ x } 10^4 = 1 \text{ m}^2/\text{ha}$$

$$\boxed{\begin{array}{ccc} 0{,}031416 \text{ m}^2 & - & 314{,}16 \text{ m}^2 \\ x & - & 10000 \text{ m}^2 \end{array}}$$

$$x = (10^4 \text{ x } 0{,}031416)/314{,}16 = 1 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Suponha, agora, uma mira de abertura igual a 4 cm, resultando num raio R = 5 m. Assim, tem-se:

$$g = \frac{\pi D^2/4}{\pi R^2} \Rightarrow g = \frac{\pi 0{,}20^2/4}{\pi 5^2} \Rightarrow g = \frac{0{,}031416}{78{,}54}$$

$$g = 0{,}0004; \quad g \text{ x } 10^4 = 4 \text{ m}^2/\text{ha}$$

Demonstrou-se anteriormente que:

$$K = 10^4 \frac{1}{4}\left(\frac{d_m}{l}\right)^2$$

$K = C(d_m/l)^2$ em que $C = /10^4\,(1/4)$

$$\frac{d_m}{l} = \sqrt{\frac{K}{C}} \quad \Rightarrow \quad \frac{D}{R} = \sqrt{\frac{K}{C}} \qquad (6)$$

De (6) pode-se tirar que:

$$D = R\sqrt{\frac{K}{C}} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{D}{\sqrt{\frac{K}{C}}} \qquad (7)$$

A partir de (7), tem-se que:

$$R = \frac{D}{\sqrt{\frac{1}{10^4\left(\frac{1}{4}\right)}\sqrt{K}}} \Rightarrow R = \frac{D}{0{,}02\sqrt{K}} \qquad (8)$$

Para uma árvore com 20 cm de *D*, pode ser escrito que:

$$R = \frac{10}{\sqrt{K}} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2 \qquad (9)$$

A expressão (9) permite ao operador determinar a constante do seu instrumento. Para isso basta mirar uma árvore de 20 cm (ou uma faixa de 20 cm), fazendo coincidir a abertura da mira com os seus dois lados.

Em seguida, mede-se a distância em metros entre o observador e a árvore, valor que corresponderá a *R*.

A título de curiosidade, o operador poderia utilizar-se do seu polegar para fazer estimativas de área basal. Neste caso, o valor de *K* seria encontrado por meio da expressão (9).

5 – Estimação do número de árvores por hectare pelo método de Bitterlich

O número de árvores por hectare (*n*) constitui uma importante informação dendrométrica, pois este número serve de base para muitos cálculos na Dendrometria.

Viu-se anteriormente que quando $K = 1$, para uma árvore de 20 cm de *D*, o *R* é igual a 10 m. Portanto, a área da parcela que contém esta árvore é de 314,16 m^2. Assim, o cálculo de *N* é feito da seguinte maneira:

314,16 m^2 – 1 árvore
10000 m^2 – *N*

***N* = 10000/314,16 = 31,84 árvores de 20 cm de *D*.**

Deste modo, pode-se generalizar o cálculo do número (n) de árvores por hectare de um determinado diâmetro ou classe de diâmetro, da seguinte maneira:

N/ha = 10000/[área da parcela de área variável de Raio (R)] (10)

Dividindo-se o numerador e o denominador de (10) por 10000 tem-se:

$$N/ha = \frac{10000/10000}{\pi R^2/10000} = \frac{1}{\pi R^2/10000} \qquad (11)$$

Multiplicando-se o numerador e o denominador de (11) por K tem-se:

$$N/_{ha} = \frac{K}{\frac{K\pi R^2}{10000}} \qquad (12)$$

Mas, $K = 2500\ (D/R)^2$. Assim, tem-se:

$$N/ha = \frac{K}{\frac{2500\left(\frac{D}{R}\right)^2 \pi R^2}{10000}} = \frac{K}{\left(1/4\right) D^2 \pi} \quad \text{ou} \quad N/ha = \frac{K}{g}$$

Generalizando, tem-se: $N/ha = \frac{K}{g_i} = K\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + ... + \frac{1}{g_n}\right)$ (13)

A soma dos valores de *n* encontrados para cada árvore contada numa *PNA* (Prova de Numeração Angular), corresponderá ao total de árvores por hectare.

Exemplo: Em uma *PNA* com K = 4, contou-se 4 árvores cujos *D*'s encontram-se abaixo. O número total de árvores por hectare será:

Árvore	***D*(cm)**	***g*(m²)**	***N* = *K*/*g***
1	**26**	**0,0531**	**75**
2	**40**	**0,1256**	**32**
3	**31**	**0,0754**	**53**
4	**21**	**0,0346**	**116**
Total			**276**

6 - Estimação do volume por hectare pelo método de Bitterlich

Dado que existe uma função volumétrica para o povoamento em estudo, pode-se obter o volume para cada árvore incluída no ponto amostral (v_i).

Multiplicando-se o volume de cada árvore pelo respectivo número de árvores por hectare, obtém-se o volume por hectare (*V*), correspondente a cada árvore amostrada.

$$V / ha = (N / ha) v_i = \frac{K}{g_i} v_i \quad \text{e} \quad V / ha = \sum_{i=1}^{n} v_i$$

7 - Cálculo do diâmetro médio quadrático (d_q)

Para calcular o diâmetro médio quadrático a partir do método de Bitterlich, considere que:

$$\bar{g} = \frac{G}{N}$$

Considerando os dados apresentados no exemplo de cálculo do número de árvores, tem-se:

$$G/ha = nK \quad \Rightarrow \quad G/ha = 4 \text{ x } 4 = 16 \text{ m}^2$$

Então, tem-se:

$$\bar{g} = \frac{16}{276} = 0{,}0579\ m^2$$

Para calcular o diâmetro médio quadrático a partir do método de Bitterlich, considere que:

$$D_g = 2\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(g_i/\pi\right)}{n}} \Rightarrow D_g = 2\sqrt{\frac{\bar{g}}{\pi}}$$

$$D_g = 2\sqrt{\frac{0{,}0579}{3{,}1416}} = 0{,}2715\ m \quad \text{ou} \quad 27{,}15\ \text{cm.}$$

FIM

Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO VII

Método de Bitterlich

Parte 3

Professor Gilson Fernandes da Silva

Objetivos da parte 3

- Demonstrar como utilizar o prisma no método de Bitterlich.

- Elencar aspectos importantes a serem considerados na escolha do fator *K*.

- Apresentar as vantagens e desvantagens do método de Bitterlich.

8 – Estimação da área basal com o prisma

Instrumento baseado na teoria de Bitterlich, foi divulgado por Mueller (Alemanha 1953) e Croner (Austrália 1954).

É um aparelho muito utilizado por técnicos florestais na Europa e Estados Unidos, por ser um instrumento muito prático e barato, além de boa precisão quando usado em terrenos com declividade inferior a 7%.

A graduação do prisma é baseada em dioptrias (D_I), sendo que uma dioptria corresponde ao deslocamento de uma unidade em 100 m de distância.

Esta afirmativa é baseada no seguinte princípio ótico: "***A grandeza do deslocamento de uma imagem vista através de um prisma é proporcional a sua graduação expressa em dioptrias***".

Dessa maneira, um prisma de 2 dioptrias corresponde a uma barra de 1 m de comprimento e abertura de mira de 2 cm, tendo portanto um $K = 1$. Da mesma maneira, um prisma igual a 4 dioptrias terá um $K = 4$.

A relação entre a graduação do prisma em dioptrias (D_I) e a constante instrumental é dada pela equação:

$$D_I = 2\sqrt{K} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{D_I}{2}\right)^2$$

Se $D_I = 2\sqrt{K}$, então:

para K = 1, prisma = 2,00 dioptrias

K = 2, prisma = 2,43 dioptrias

K = 3, prisma = 2,46 dioptrias

K = 4, prisma = 4,00 dioptrias

Geralmente, quando se compra prismas no comércio, estes não vêm com a graduação exata, o que pode ocasionar erros de 5% a 10% na estimação da área basal. Para corrigir este erro, deve-se proceder da seguinte maneira:

✓Visar uma árvore de 20 cm até que a visão do prisma seja a mesma para a situação onde se conta meia árvore.

✓Nesse ponto, o observador para, e com uma trena mede a distância do prisma até a árvore ou faixa, sempre tendo o cuidado de que o terreno esteja em uma declividade máxima de 7%.

✓Foi demonstrado anteriormente que, para uma árvore de 20 cm de *D*, tem-se que:

$$R = \frac{10}{\sqrt{K}} \qquad \text{ou} \qquad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2$$

E considerando as relações existentes entre o fator *K* e o número de dioptrias

$$D_I = 2\sqrt{K} \qquad \text{ou} \qquad K = \left(\frac{D_I}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{10}{R}\right)^2 = \left(\frac{D_I}{2}\right)^2$$

$$\boxed{D_I = \frac{2\times 10}{R} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2}$$

(para *R* em metros)

$$\boxed{D_I = \frac{20\times 100}{R} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{1000}{R}\right)^2}$$

(para *R* em centímetros)

Por exemplo, se em um prisma a coincidência das linhas limites ocorre a 490 cm, tem-se:

$$D_I = \frac{2000}{490} = 4{,}08 \text{ dioptrias} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{1000}{490}\right)^2 = 4{,}16$$

9 – Escolha do fator *K*

A escolha do fator *K* a ser utilizado está sempre vinculado à características do povoamento a ser estimado, como por exemplo: acidentes topográficos, densidade populacional, homogeneidade ou heterogeneidade na distribuição dos diâmetros etc.

✓Para se realizar um bom trabalho, o número de árvores a serem contadas deve estar entre 10 a 20 unidades por *PNA*;

✓Em povoamentos heterogêneos geralmente se usam fatores *K* menores pelo fato de que sendo maior o *R*, haverá maior probabilidade da parcela ser mais representativa do povoamento;

✓Como uma prova do fator 1 demora geralmente o dobro de duas provas com o fator 4, é mais viável se usar $K = 4$ em povoamentos densos acidentados, além de haver ainda o problema de superposição de troncos;

✓ Por outro lado, o número de árvores contadas é alto, o que pode ocasionar erros;

✓Como regra geral, utiliza-se o fator $K = 4$ para povoamentos de área basal de 40 m^2/ha ou mais, $K = 2$ para áreas basais de 20 a 40 m^2/ha e $K = 1$ para densidades menores ou populações irregulares;

✓No caso de superposição de troncos, o observador deve deslocar-se lateralmente, mantendo a distância até a árvore em questão, até que a mesma fique com o seu tronco livre. Depois de tê-la visado, o observador volta ao centro de numeração e continua o trabalho;

✓Quanto ao número de estações ou prova de numeração angular (*PNA*) por hectare, os seguintes fatores devem ser observados: área do povoamento, fator instrumental (*K*), homogeneidade populacional e consequentemente precisão requerida.

10 – Vantagens do método de Bitterlich

- ✓ Grande eficiência prática e menor tempo gasto na amostragem;
- ✓ Minimização ou eliminação dos erros provenientes da demarcação incorreta da superfície das unidades amostrais;
- ✓ Com a flexibilidade do uso de diferentes fatores de área basal, pode-se incrementar o número de unidades e adequar uma melhor distribuição destas no povoamento inventariado;
- ✓ As estimativas das variáveis podem ser obtidas por meio de aparelhos óticos, mas também por meio de instrumentos de baixo custo.

11 – Desvantagens do método de Bitterlich

- ✓ A existência de sub-bosque abundante pode aumentar os erros de inclusão visual das árvores;
- ✓ Devido a defeitos nos aparelhos visuais, pode ocorrer erros sistemáticos na inclusão de árvores na unidade, principalmente nos limites do círculo marginal;
- ✓ Menor facilidade de se usar esta unidade como unidade permanente, dado a mudança dos indivíduos em diferentes abordagens no povoamento. Isto torna difícil a avaliação de sítio, de crescimento, de mortalidade e outros estimadores importantes para o manejo dos povoamentos.

FIM

Visões possíveis com o uso do prisma basimétrico